



## Алгебра та аналітична геометрія

### Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

#### Реквізити навчальної дисципліни

|                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |        |                            |                                  |                |     |
|---------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|----------------------------|----------------------------------|----------------|-----|
| Рівень вищої освіти                         | Перший (бакалаврський)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |        |                            |                                  |                |     |
| Галузь знань                                | F Інформаційні технології                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |        |                            |                                  |                |     |
| Спеціальність                               | F3 Комп'ютерні науки                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |        |                            |                                  |                |     |
| Освітня програма                            | Цифрові технології в енергетиці                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |        |                            |                                  |                |     |
| Статус дисципліни                           | Нормативна                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |        |                            |                                  |                |     |
| Форма навчання                              | очна(денна)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |        |                            |                                  |                |     |
| Рік підготовки, семестр                     | 1 курс, осінній семестр                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |        |                            |                                  |                |     |
| Обсяг дисципліни                            | 120/ 4 кредитів                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |        |                            |                                  |                |     |
|                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Лекції | Практич. занят. (семінари) | Лабор. заняття (комп'ют. практ.) | Індив. заняття | СРС |
|                                             | Години                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 30     | 30                         | 0                                | 0              | 60  |
| Семестровий контроль/ контрольні заходи     | Залік                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | МКР    | РР                         | ДКР                              | Реферат        |     |
|                                             | +                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 1      | 1                          | 0                                | 0              |     |
| Розклад занять                              | <a href="http://rozklad.kpi.ua">http://rozklad.kpi.ua</a>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |        |                            |                                  |                |     |
| Мова викладання                             | Українська                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |        |                            |                                  |                |     |
| Інформація про керівника курсу / викладачів | <p><u>Лектор</u>: Єрьоміна Тетяна Олександрівна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат.наук <a href="mailto:ierominat@ukr.net">ierominat@ukr.net</a>,<br/><a href="https://intellect.kpi.ua/profile/eto3">https://intellect.kpi.ua/profile/eto3</a>,<br/><a href="https://intellect.kpi.ua/profile/eto3/publications">https://intellect.kpi.ua/profile/eto3/publications</a><br/>ORCID: <a href="https://orcid.org/0000-0001-5765-9875">https://orcid.org/0000-0001-5765-9875</a></p> <p><u>Практичні заняття</u>:<br/>Єрьоміна Тетяна Олександрівна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат.наук <a href="mailto:ierominat@ukr.net">ierominat@ukr.net</a>,<br/><a href="https://intellect.kpi.ua/profile/eto3">https://intellect.kpi.ua/profile/eto3</a>,<br/><a href="https://intellect.kpi.ua/profile/eto3/publications">https://intellect.kpi.ua/profile/eto3/publications</a><br/>ORCID: <a href="https://orcid.org/0000-0001-5765-9875">https://orcid.org/0000-0001-5765-9875</a></p> <p>Поварова Олена Андріївна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук <a href="mailto:olena_sivak@ukr.net">olena_sivak@ukr.net</a>,<br/><a href="https://intellect.kpi.ua/profile/soa53">https://intellect.kpi.ua/profile/soa53</a>,<br/><a href="https://intellect.kpi.ua/profile/soa53/publications">https://intellect.kpi.ua/profile/soa53/publications</a><br/>ORCID: <a href="https://orcid.org/0000-0001-6502-8766">https://orcid.org/0000-0001-6502-8766</a></p> |        |                            |                                  |                |     |
| Розміщення курсу                            | Визначається лектором відповідної частини курсу                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |        |                            |                                  |                |     |

(посилання на дистанційний ресурс в Moodle, Google classroom, інформаційні ресурси бібліотеки університету та на сайті кафедри, тощо) та доводиться до відома студентів на першому занятті

## **Програма навчальної дисципліни**

### **1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання**

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів здатностей використовувати методи вищої математики для оволодіння необхідним математичним апаратом, що допомагає аналізувати, моделювати та розв'язувати прикладні інженерні задачі із застосуванням, де це можливо, обчислювальної техніки.

#### *Програмні компетентності*

##### **Загальні компетентності (ЗК)**

ЗК 1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу

ЗК 6 Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями

ЗК 11 Здатність приймати обґрунтовані рішення

##### **Фахові компетентності (ФК)**

ФК 1 Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування

##### **Програмні результати навчання (ПР)**

ПР 2 Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації.

### **2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Викладається в першому семестрі на базі повної середньої або середньої професійної освіти

### **3. Зміст навчальної дисципліни**

#### *1. Елементи лінійної алгебри.*

Системи двох алгебраїчних рівнянь із двома невідомими. Визначники другого порядку. Визначники третього порядку та їх властивості. Обчислення визначників другого і третього порядків. Системи трьох лінійних алгебраїчних рівнянь із трьома невідомими. Формули Крамера. Поняття про визначники вищих порядків. Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь методом Гаусса.

Матриці та дії над ними. Обернена матриця. Теорема існування оберненої матриці. Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь за допомогою матричного методу. Ранг матриці. Теорема про базисний мінор. Елементарні перетворення матриці. Теорема Кронекера-Капеллі. Загальна теорія лінійних систем.

Лінійний простір. Базис і розмірність лінійного простору. Евклідов простір, норма,

ортогональність. Нерівності Коші-Буняковського та трикутника. Розклад за ортогональним базисом. Лінійний оператор та його матриця. Ядро та область значень лінійного оператора. Лінійні однорідні системи та їх нетривіальні розв'язки. Заміна базису і зміна матриці лінійного оператора. Заміна декартового базису, ортогональні базиси. Лінійні перетворення в евклідовому просторі. Власні значення і власні вектори лінійного оператора. Характеристичний многочлен. Матриця оператора в базисі з власних векторів. Симетричні матриці. Квадратичні форми і зведення їх до канонічного виду. Зведення рівняння кривої другого порядку до канонічного виду.

## *2. Елементи векторної алгебри.*

Напрявлені відрізки. Система координат на площині і в просторі. Полярна система координат та її зв'язок з декартовою.

Вектори. Основні поняття. Лінійні операції над векторами. Напрямні косинуси вектора. Проекції та їх властивості. Розклад вектора за координатним базисом. Лінійна залежність і незалежність векторів.

## *3. Елементи аналітичної геометрії.*

Основні задачі аналітичної геометрії: відстань між двома точками; поділ відрізка в даному відношенні; кут між векторами. Скалярний, векторний та мішаний добуток. Їх властивості, геометричний та механічний зміст.

Поняття лінії. Алгебраїчні лінії. Геометричний зміст рівняння першого степеня з двома змінними. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом та інші рівняння прямої на площині. Кут між двома прямими. Умови паралельності і перпендикулярності двох прямих. Пучок прямих. Полярні та параметричні рівняння лінії.

Поняття поверхні. Рівняння площини, яка проходить через точку перпендикулярно даному вектору. Геометричний зміст рівняння першого степеня з трьома змінними. Нормальне рівняння площини. Відстань від точки до площини. Умови паралельності і перпендикулярності двох площин.

Канонічні рівняння прямої в просторі. Кут між двома прямими в просторі. Умови паралельності і перпендикулярності двох прямих. Кут між прямою і площиною. Умови паралельності і перпендикулярності прямої і площини.

Поняття лінії другого порядку. Коло, еліпс, гіпербола, парабола та їх властивості. Виведення рівнянь еліпса, гіперболи, параболи та їх дослідження.

Поверхні другого порядку. Поверхні обертання. Циліндри, еліпсоїди, гіперболоїди, параболоїди, конуси. Дослідження форми поверхні другого порядку за допомогою методу плоских паралельних перерізів.

## **4. Навчальні матеріали та ресурси**

### **Література**

1. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: - Навчальний посібник - К.: А.С.К., 1993, 2001.
2. Вища математика: Збірник задач: Навчальний посібник. За редакцією В.П. Дубовика, І.І. Юрика. - К., А.С.К. 2001.
3. Єрьоміна Т.О., Поварова О.А. Вища математика. Елементи лінійної алгебри та

- аналітичної геометрії. Навчальний посібник з грифом НТУУ «КПІ ім. І. Сікорського». – 2021. – 114 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/41267>
4. Єрьоміна Т.О., Денисенко Н.Л., Поварова О.А. Методичні вказівки. Вища математика. Елементи лінійної алгебри. Практикум. - 2021.- 44 с. Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол №7 від 13.05.2021р.) за поданням Вченої ради Фізико-математичного факультету (протокол №03 від 29.03.2021р.) <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/41238>
  5. Єрьоміна Т.О., Веригіна І.В., Поварова О.А. Вища математика. Елементи аналітичної геометрії. Практикум. - 2021.- 33 с. Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол №7 від 13.05.2021р.) за поданням Вченої ради Фізико-математичного факультету (протокол №03 від 29.03.2021р.) <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/41238>

### Додаткова література

1. Е.Х. Назієв, В.М. Владіміров, О.А. Миронець. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. – Навчальний посібник для студентів вищих технічних навчальних закладів. – Київ, Либідь . -1997 р. Збірник завдань з вищої математики. Частина 1. Укладачі: Владіміров В.М., Пучков О.А., Шмигевський М.В. - К., Політехніка, 2001.
2. Вища математика. Частина 1: Навчальний посібник/ Т.В. Авдєєва, О.В. Борисенко, В.М. Горбачук. – КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 73 с.  
[https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/48166/1/V\\_matematyka.pdf](https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/48166/1/V_matematyka.pdf)
3. Лінійна алгебра в задачах та прикладах [Електронний ресурс]/ Т. В. Авдєєва, В. М. Шраменко. – Київ: НТУУ «КПІ», 2016. – 205 с.  
[https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/16845/1/Лінійна%20алгебра\\_збірник%20задач.pdf](https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/16845/1/Лінійна%20алгебра_збірник%20задач.pdf)
4. Вища математика. Практикум [Електронний ресурс]: навчальний посібник О.Ю. Дюженкова, М. Є. Дудкін, І.В. Степахо. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 409с. Гриф надано Методичною радою НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського» (протокол № 2 від 09.12.2021 р.) за поданням Вченої ради фізико- математичного факультету (протокол № 01 від 23.09.2021 р.) (посібник)  
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/47504>

## Навчальний контент

### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

На лекційних заняттях подається теоретичний матеріал, наводяться приклади розв'язування основних тематичних задач. Кожна лекція у вигляді PDF-файлу та відео файлів розміщується в GooleClass, для легкого доступу кожному студенту до лекційного матеріалу. Для покращення засвоєння матеріалу (тобто мотивації студента працювати під час лекції) проводяться тести на основні поняття, щойно пройденого матеріалу. На практичних заняттях студенти закріплюють теоретичний та опрацьовують практичний матеріал, розв'язуючи задачі. Для самостійної роботи та кращого засвоєння матеріалу студентам задаються домашні завдання, індивідуальні та самостійні роботи, розрахункова робота. Перевірка рівня знань та засвоєння матеріалу проводиться за допомогою різноманітних контрольних заходів: тематичні контрольні роботи, тести, експрес-контрольні, виконання та захист розрахункової роботи. Оцінювання таких робіт проводиться у відповідності до положення про рейтингову систему оцінювання успішності студентів з даної дисципліни.

#### 5.1. Дидактичні матеріали:

На лекційних заняттях – Лекція (електронний варіант), пояснення, мозковий штурм, проблемні завдання

## Перелік лекцій

| №з/п                              | Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|-----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Елементи лінійної алгебри</b>  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 1                                 | 1.Матриці. Визначники квадратних матриць другого, третього порядків: означення та основні властивості.<br>2.Мінори і алгебраїчні доповнення. Теореми про величину та анулювання визначника.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| 2                                 | 1. Визначники $n$ -го порядку ( $n > 3$ ).<br>2. Основні види матриць.<br>3. Дії над матрицями та їх властивості.<br>4. Обернена матриця.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| 3                                 | 1.Елементарні перетворення матриці. Ранг матриці. Властивості рангу матриці.<br>2. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь<br>3. Розв'язування систем лінійних рівнянь. Формули Крамера.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 4                                 | 1. Розв'язування систем лінійних рівнянь. Матричний метод. Метод Гаусса.<br>2. Теорема Кронекера – Капеллі (критерій сумісності СЛАР).<br>3. Системи лінійних однорідних алгебраїчних рівнянь (СЛОАР).                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| <b>Елементи векторної алгебри</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 5                                 | 1. Вектори. Основні поняття<br>2. Лінійні операції над векторами та їх властивості<br>3. Проекція вектора на вісь.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 6                                 | 1. Лінійно незалежні системи векторів. Базис системи векторів.<br>2. Декартова система координат. Прямокутна декартова система координат.<br>3. Координати векторів і точок в прямокутній декартовій системі координат: розклад вектора по ортам координатних осей, довжина (модуль) вектора, зв'язок між проекціями, координатами вектора та направляючі косинуси, орт вектора, дії над векторами, що задані координатами у базисі $i, j, k$ , координати точки, радіус-вектор, координати вектора заданого двома точками, поділ відрізка в заданому відношенні. |
| 7                                 | 1. Полярна система координат. Зв'язок між прямокутною декартовою системою координат та полярною системою координат.<br>2. Скалярний добуток векторів. Геометричний та фізичний зміст.Алгебраїчні та геометричні властивості. Координатна форма запису скалярного добутку. Скалярний добуток двох векторів, заданих своїми координатами в прямокутній декартовій системі координат.                                                                                                                                                                                |
| 8                                 | Векторний добуток векторів. Означення, геометричний та фізичний зміст. Алгебраїчні та геометричні властивості. Координатна форма запису векторного добутку. Векторний добуток двох векторів, заданих своїми координатами в прямокутній декартовій системі координат.                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| 9                                 | Мішаний добуток трьох векторів: означення, геометричний зміст.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |

|                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|---------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                       | Координатна форма запису мішаного добутку трьох векторів. Мішаний добуток трьох векторів, заданих своїми координатами в прямокутній декартовій системі координат. Алгебраїчні та геометричні властивості мішаного добутку.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| <b>Елементи аналітичної геометрії</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| <b>10</b>                             | Різні види рівнянь прямої на площині: канонічне, параметричне, векторне рівняння прямої, рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом, що проходить через задану точку, рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом, рівняння прямої, що проходить через дві точки, рівняння прямої у відрізках на осях, рівняння прямої, що проходить через задану точку, перпендикулярно заданому вектору, загальне рівняння прямої, нормальне рівняння прямої та його властивості. Задача про відхилення точки від прямої. Основні задачі про пряму на площині: відстань від точки до прямої, кут між прямими, умова паралельності та перпендикулярності прямих. |
| <b>11</b>                             | 1. Різні види рівнянь площини: рівняння площини, що проходить через точку перпендикулярно вектору, загальне рівняння площини, рівняння площини, що проходить через три точки, рівняння площини у відрізках на осях, нормальне рівняння площини.<br>2. Основні задачі про площину: відстань від точки до площини, кут між площинами, умова паралельності та перпендикулярності площин.                                                                                                                                                                                                                                                    |
| <b>12</b>                             | 1. Рівняння прямої в просторі: канонічне, параметричні, векторне, через дві точки, загальне.<br>2. Основні задачі про пряму у просторі та пряму і площину: кут між прямими, умови паралельності та перпендикулярності прямих у просторі, кут між прямою і площиною, умови паралельності та перпендикулярності прямої і площини, умови належності двох прямих у просторі площині, відстань від точки до прямої у просторі, відстань між мимобіжними прямими.                                                                                                                                                                              |
| <b>13</b>                             | 1. Поняття про лінії другого порядку.<br>2. Означення та рівняння кола: рівняння кола в прямокутній декартовій системі координат, рівняння кола в полярній системі координат, параметричні рівняння кола.<br>3. Еліпс: означення та канонічне рівняння, властивості. Дослідження та побудова еліпса. Параметричне рівняння еліпса.                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| <b>14</b>                             | 1. Гіпербола: означення, канонічне рівняння. Дослідження та властивості гіперболи. Спряжена гіпербола.<br>2. Парабола: означення, канонічне рівняння. Дослідження та властивості парабол.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| <b>15</b>                             | Поверхні другого порядку. Циліндричні поверхні, еліпсоїд, двопорожнинний гіперболоїд, однорожнинний гіперболоїд, еліптичний параболоїд, гіперболічний параболоїд(сідло), конус. Залік.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |

### Перелік (орієнтовно) практичних занять

| № з/п                                 | Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичного забезпечення, посилання на літературу та завдання на СРС)                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|---------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Елементи лінійної алгебри</b>      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| 1                                     | Визначники другого та третього порядків, їх властивості. Визначники вищих порядків.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| 2-3                                   | Матриці, дії над матрицями та їх властивості. Обернена матриця. Матричні рівняння. Ранг матриці.                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| 4                                     | Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Формули Крамера. Матричний метод розв'язку СЛАР. Метод Гауса.                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| 5                                     | Сумісність СЛАР. Теорема Кронекера-Капеллі.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <b>Елементи векторної алгебри</b>     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| 6                                     | Поняття вектора. Лінійні операції над векторами. Напрямні косинуси вектора, орт.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| 7                                     | Базис. Лінійна залежність і лінійна незалежність векторів. Розклад вектора за базисом. Скалярний добуток векторів.                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| 8                                     | Векторний добуток векторів.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| 9                                     | Мішаний добуток трьох векторів.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| <b>Елементи аналітичної геометрії</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| 10                                    | Пряма на площині.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 11                                    | Пряма на площині: параметричне на нормальне рівняння прямої. Відстань від точки до прямої, відстань між паралельними прямими.                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 12                                    | Площина.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| 13-14                                 | Пряма у просторі. Площина і пряма. Бісектриса двогранного кута. Пряма в просторі. Мішані задачі на площину і пряму в просторі. Підготовка до МКР.                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 15                                    | <p><b>Модульна контрольна робота «Аналітична геометрія та лінійна алгебра».</b></p> <p>Структура роботи:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Теоретичне питання.</li> <li>2. Розв'язування системи лінійних рівнянь.</li> <li>3. Задача з векторної алгебри.</li> <li>4. Задача на складання рівняння прямої або площини.</li> <li>5. Задача на взаємне розташування прямої та площини.</li> </ol> |

На практичних заняттях - Завдання до виконання (згідно до вказаного списку основної літератури).

**5.2. Технічне забезпечення:** Microsoft Office Word, Google Class, IDroo, Whiteboard, будь-яке програмне забезпечення для виконання графічного матеріалу (за бажанням студента).

## 6. Самостійна робота студента

### 6.1. Самостійна робота:

| № з/п                                 | Назва теми, що виноситься на самостійне опрацювання                                                |
|---------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Елементи аналітичної геометрії</b> |                                                                                                    |
| 1                                     | Поділ відрізка за даним відношенням.                                                               |
| 2                                     | Пучки прямих та площин.                                                                            |
| 3                                     | Криві 2-го порядку. Приведення рівнянь кривих другого порядку до канонічного вигляду. Коло. Еліпс. |
| 4                                     | Гіпербола.                                                                                         |
| 5                                     | Парабола.                                                                                          |
| 6                                     | Поверхні другого порядку. Оглядове заняття.                                                        |

### 6.2. Розрахункова робота

Для якісного вивчення курсу “Аналітична геометрія та лінійна алгебра” студентам рекомендовано виконати розрахункову роботу (РР).

Метою роботи є закріплення і перевірка знань методів лінійної алгебри та аналітичної геометрії і визначити рівень навчальних досягнень студентів.

РР складається з чотирьох частин:

- 1) елементи лінійної алгебри,
- 2) елементи векторної алгебри,
- 3) елементи аналітичної геометрії,
- 4) криві 2-го порядку.

Збірник завдань з вищої математики (типові розрахунки). Частина 1. Укладачі: Владіміров В.М., Пучков О.А., Шмигевський М.В. – К.: ІВЦ „Політехніка”, 2003., ТР-1, стор. 5-24 №1-3, 5, 7-10, ТР-2, стор. 25-38 №1-5.

### 6.3. Контрольна робота

#### МКР “Елементи аналітичної геометрії та лінійної алгебри”

Метою контрольної роботи є перевірка рівня засвоєння теми “Елементи аналітичної геометрії та лінійної алгебри”, а саме: вміння розв’язувати системи лінійних алгебраїчних рівнянь, розв’язувати задачі аналітичної геометрії на площині та в просторі, а також задачі з використанням векторної алгебри.

#### Структура роботи:

1. Теоретичне питання.
2. Розв’язування системи лінійних рівнянь.
3. Задача з векторної алгебри.
4. Задача на складання рівняння прямої або площини.
5. Задача на взаємне розташування прямої та площини.

## 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Заняття проводяться онлайн згідно розкладу. Відвідування занять не є обов'язковим, проте студентам рекомендується відвідувати заняття, оскільки робота протягом семестру в групі з викладачем є більш якісною, крім того студент може отримати відповідь у викладача на проблемні запитання під час заняття та розвинути потрібні уміння й навички, що передбачені в глобальному розумінні вивчення курсу «Аналітична геометрія та лінійна алгебра», та є основною метою навчання в цілому. Якщо студент не відвідує заняття, але завдання виконує, викладач може провести усну співбесіду, щоб уникнути порушення академічної доброчесності, згідно принципів університету щодо академічної доброчесності.

Дотримання положень «Кодексу честі КПІ ім. Ігоря Сікорського» (розділи 2 та 3). Співпраця студентів у розв'язанні проблемних завдань дозволена, але відповіді кожний студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час заліку категорично забороняється і будь-яка така діяльність буде вважатися порушенням академічної доброчесності, згідно принципів університету щодо академічної доброчесності.

Для покращення зв'язу студента та викладача всі лекційні матеріали (PDF – файли та відео-запис лекцій), розміщуються в GoogleClass.

## 8. Види контролю навчання студентів

**Поточний контроль:** експрес-опитування, опитування за темою заняття (усній або тестовій формі), самостійні роботи, розрахункова робота, модульна контрольна робота.

**Календарний контроль:** проводиться двічі на семестр, як моніторинг поточного стану виконання студентом завдань з лекційної та практичної частин курсу на час атестації. Якщо по кожному з видів завдань виконано 50% від максимально можливого на час атестації, студент вважається атестованим. В іншому випадку в атестаційній відомості виставляється «не атестовано».

**Семестровий контроль:** залік.

**Робочу програму навчальної дисципліни (силабус) складено:**

- *Єрьоміна Тетяна Олександрівна*, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук;
- *Поварова Олена Андріївна*, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук,
- *Степахно Ірина Василівна*, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук.

**Ухвалено** кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ (протокол № 10 від 24.06.2026).

**Погоджено** Методичною комісією ІАТЕ (протокол № 9 від 26.06.2026.).

**Теоретичні запитання, що виносяться на модульну контрольну роботу  
по темі "Елементи аналітичної геометрії та лінійної алгебри"**

1. Визначники другого і третього порядку, їх властивості (з доведенням).
2. Матриці. Лінійні операції над матрицями. Основні властивості цих операцій.
3. Обернена матриця. Необх. і достат. умова існування оберненої матриці(з довед.). Властивості оберненої матриці.
4. Ранг матриці. Елементарні перетворення матриць. Теорема Кронекера-Капеллі.
5. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь: основні поняття. Розв'язування СЛАР за формулами Крамера (з виведенням формул).
6. Матричний метод розв'язування СЛАР.
7. Метод Гаусса розв'язування СЛАР.
8. Знаходження розв'язків системи однорідних лінійних алгебраїчних рівнянь.
9. Вектори (означення вектора, його орта, колінеарність та рівність векторів, компланарність векторів). Лінійні операції над векторами
10. Означення скалярного добутку векторів. Алгебраїчні та геометричні властивості СД (з доведенням).
11. Геометричний та механічний зміст скалярного добутку. Координатна форма запису скалярного добутку.
12. Означення векторного добутку векторів. Алгебраїчні та геометричні властивості ВД (з доведенням).
13. Геометричний та механічний зміст векторного добутку. Координатна форма запису векторного добутку.
14. Означення мішаного добутку векторів. Алгебраїчні та геометричні властивості МД (з доведенням).
15. Геометричний зміст векторного добутку. Координатна форма запису мішаного добутку.
16. Різні види рівняння прямої на площині (з виведенням рівнянь).
17. Нормальне рівняння прямої. Відхилення точки від прямої.
18. Вивести рівняння площини, що проходить через задану точку, перпендикулярно заданому вектору та загальне рівняння площини.
19. Вивести рівняння площини, що проходить через три точки. Записати рівняння площини у відрізках на осях та нормальне рівняння площини. Зведення загального рівняння площини до нормального.
20. Вивести векторне, канонічне (дослідити) і параметричне рівняння прямої в просторі. Записати рівняння прямої, що проходить через дві задані точки та загальне рівняння прямої в просторі. Перехід від загального до канонічного рівняння прямої.
21. Кут між площинами. Кут між прямими на площині. Умови паралельності і перпендикулярності площин та прямих на площині.
22. Кут між прямими в просторі. Кут між прямою та площиною. Умови паралельності та перпендикулярності прямої у просторі площини.

## Приклад типового варіанту МКР

(рекомендована схема типового варіанту МКР, кількість завдань може відрізнятись)

| <u>МКР-1</u>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | <u>В-1</u> | <u>МКР-1</u>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <u>В-2</u> |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <ol style="list-style-type: none"> <li>Різні види рівнянь прямої на площині.</li> <li>Дослідити на сумісність і знайти розв'язок системи рівнянь: <math display="block">\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = -4 \\ 2x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 3 \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 11 \end{cases}</math> </li> <li>Вектор <math>\vec{x}</math> перпендикулярний до векторів <math>\vec{a} = (3; 1; 0)</math> і <math>\vec{b} = (-3; -2; 4)</math>, утворює гострий кут з віссю OZ. Знайти його координати, якщо <math> \vec{x}  = 52</math></li> <li>Задані рівняння двох суміжних сторін паралелограма <math>x + y - 2 = 0</math> і <math>2x - y - 1 = 0</math>; і точка перетину його діагоналей <math>M(-3; 2)</math>. Написати рівняння двох інших його сторін.</li> <li>Скласти рівняння площини, яка проходить через точку <math>M(4; 2; 3)</math> паралельно до двох векторів <math>\vec{a} = (4; -2; -3)</math> та <math>\vec{b} = (1; 2; 1)</math>.</li> </ol> |            | <ol style="list-style-type: none"> <li>Теорема Кронекера - Капеллі</li> <li>Дослідити на сумісність і знайти розв'язок системи рівнянь: <math display="block">\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}</math> </li> <li>Вектор <math>\vec{x}</math> перпендикулярний до OX і до вектора <math>\vec{a} = (-3; 8; 15)</math>, утворює тупий кут з віссю OY. Знайти його координати, якщо <math> \vec{x}  = 50</math></li> <li>Дано пряму <math>3x - 4y + 3 = 0</math>. Знайти рівняння прямої, яка паралельна даній і знаходиться від неї на відстані <math>d=4</math>.</li> <li>Скласти рівняння площини, яка проходить через пряму <math>\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-2}{0}</math> перпендикулярно до площини <math>x + 2y + 3z - 4 = 0</math>.</li> </ol> |            |

## Додаток Б

### Перелік теоретичних запитань, що виносяться на диференційований залік

- Визначники другого і третього порядку, їх властивості (з доведенням).
- Матриці. Лінійні операції над матрицями. Основні властивості цих операцій.
- Обернена матриця. Необх. і достат. умова існування оберненої матриці (з довед.). Властивості оберненої матриці.
- Ранг матриці. Елементарні перетворення матриць. Теорема Кронекера-Капеллі.
- Системи лінійних алгебраїчних рівнянь: основні поняття. Розв'язування СЛАР за формулами Крамера (з виведенням формул).
- Матричний метод розв'язування СЛАР.
- Метод Гаусса розв'язування СЛАР.
- Знаходження розв'язків системи однорідних лінійних алгебраїчних рівнянь.
- Вектори (означення вектора, його орта, колінеарність та рівність векторів, компланарність векторів). Лінійні операції над векторами
- Проекція вектора на вісь. Властивості проекції.
- Лінійна залежність та незалежність векторів: основні твердження. Базис системи векторів.
- Декартова прямокутна система координат. Розклад вектора по ортам координатних осей.

13. Направляючі косинуси вектора. Дії над векторами, що задані координатами в базисі.
14. Поділ відрізка в заданому відношенні.
15. Полярна система координат та її зв'язок з декартовою.
16. Означення скалярного добутку векторів. Алгебраїчні та геометричні властивості СД (з доведенням).
17. Геометричний та механічний зміст скалярного добутку. Координатна форма запису скалярного добутку.
18. Означення векторного добутку векторів. Алгебраїчні та геометричні властивості ВД (з доведенням).
19. Геометричний та механічний зміст векторного добутку. Координатна форма запису векторного добутку.
20. Означення мішаного добутку векторів. Алгебраїчні та геометричні властивості МД (з доведенням).
21. Геометричний зміст векторного добутку. Координатна форма запису мішаного добутку.
22. Різні види рівняння прямої на площині (з виведенням рівнянь).
23. Нормальне рівняння прямої. Відхилення точки від прямої.
24. Вивести рівняння площини, що проходить через задану точку, перпендикулярно заданому вектору та загальне рівняння площини.
25. Вивести рівняння площини, що проходить через три точки. Записати рівняння площини у відрізках на осях та нормальне рівняння площини. Зведення загального рівняння площини до нормального.
26. Вивести векторне, канонічне (дослідити) і параметричне рівняння прямої в просторі. Записати рівняння прямої, що проходить через дві задані точки та загальне рівняння прямої в просторі. Перехід від загального до канонічного рівняння прямої.
27. Кут між площинами. Кут між прямими на площині. Умови паралельності і перпендикулярності площин та прямих на площині.
28. Кут між прямими в просторі. Кут між прямою та площиною. Умови паралельності та перпендикулярності прямої у просторі до площини.
29. Відстань від точки до площини та від точки до прямої в просторі. Відстань між мимобіжними прямими.
30. Криві другого порядку та їх характеристики.
31. Поверхні другого порядку.

## Додаток В

### Приклад завдання РР/РГР

Задані координати вершин піраміди  $A_1 A_2 A_3 A_4$ .

$A_1(-5; 4; 1)$ ,  $A_2(3; -2; 0)$ ,  $A_3(7; -6; 4)$ ,  $A_4(-1; -1; 5)$ . Знайти: довжину ребра  $A_1 A_2$ ; площу грані  $A_1 A_2 A_3$ ; загальне рівняння площини  $A_2 A_3 A_4$ ; рівняння ребра  $A_1 A_3$ ; кут між ребрами  $A_1 A_2$  і  $A_1 A_4$ ; двогранний кут між гранями  $A_1 A_2 A_3$  і  $A_2 A_3 A_4$ ; відхилення точки  $A_4$  від площини  $A_1 A_2 A_3$ ; рівняння висоти, опущеної з вершини  $A_4$  на основу  $A_1 A_2 A_3$ ; загальні рівняння прямої  $A_2 A_3$ ; кут між прямою  $A_1 A_4$  і гранню  $A_1 A_2 A_3$ .

## Рейтингова система оцінки успішності студентів

Рейтинг студента з навчальної дисципліни розраховується зі 100 балів.

Семестровий рейтинг (50 балів) та заліковий рейтинг (50 балів).

Лектор на першому та останньому занятті повідомляє студентів про план роботи в семестрі. Відео-пояснення плану роботи, розміщуються в GoogleClass.

- 1. Семестровий рейтинг** (протягом семестру) складається з балів, що студент отримує на **практичних заняттях і виконує дома або в аудиторії самостійно, всі завдання мають деде-лайни, прострочена здача роботи оцінюється в 80% від загальної кількості балів за завдання, розподілення балів відбувається за баченням викладача з практики.**

Рекомендовані види робіт для оцінювання балами:

- *робота під час заняття* (відповіді на заняттях, самостійні роботи, тести в Moodle або GoogleClass) для перевірки вміння студента застосувати теоретичні знання до розв'язування прикладних задач;
- *виконання модульної контрольної роботи*, яка може бути поділена на частини за основним розділами курсу (на думку викладача). Бали між частинами модульної контрольної роботи розподіляються в залежності від кількості та складності завдань (на думку викладача).
- *виконання та захист розрахункової роботи*, яка може бути поділена на частини за основним розділами курсу (на думку викладача).

Студент повинен здати розрахункову роботу не пізніше ніж за тиждень до заліку, щоб викладач зміг перевірити цю роботу і студент мав змогу її захистити. Якщо студент не виконує цю вимогу, то він до заліку не допущений (оскільки не виконується одна з умов допуску до заліку).

Загальна система оцінювання виконаних студентом завдань:

- «відмінно» – повна відповідь (не менше 95% потрібної інформації);
- «добре» – достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями;
- «задовільно» – неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки;
- «незадовільно» – немає правильної ідеї розв'язання задачі або задача не розв'язана зовсім.

- 2. Диференційований залік.** Заліковий рейтинг – 50 балів.

*Умови допуску до заліку:* 60% оцінки за МКР, зарахована розрахункова робота, семестровий рейтинг не менше 27 балів, зараховні (виконані на 60%) всі роботи семестру.

Якщо студент отримав допуск до заліку та протягом семестру виконав вчасно та на  $\geq 60\%$  завдання лекційного курсу: *конспект лекцій* (основні означення, теореми, властивості (без доведення)), *самостійні роботи*, то йому пропонується оцінка за залік.

Якщо студент не погоджується із запропонованою оцінкою, або оцінка не виходить 60 балів, то він пише залікову роботу.

Залікова робота складається з 2 теоретичних запитань та 3 практичних завдань. Всі завдання оцінюються по 10 балів. *Залік відбувається усно в режимі відеозв'язку згідно з розкладом.* Для більш об'єктивної оцінки рівня підготовки студента екзаменаторові надається право задавати додаткові питання в межах навчальної програми.

Загальна система оцінювання виконаних студентом завдань:

- 10 балів– повна відповідь, теоретичне запитання з повним доведенням теорем та властивостей, практичне – з наведенням потрібних формул, повним поясненням, якщо потрібно малюнками (не менше 95% потрібної інформації);
- 8-9 балів – достатньо повна відповідь (не менше 80% потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями;
- 6-7 балів– неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки;
- 4-5 балів– більш неповна відповідь та значні помилки;
- 0-3 балів– немає правильної ідеї розв'язання задачі або задача не розв'язана зовсім.

Бали набрані на заліку, додаються до балів стартового рейтингу і, згідно приведеної таблиці, виставляється підсумкова оцінка.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

| <i>Кількість балів</i>    | <i>Оцінка</i> |
|---------------------------|---------------|
| 100-95                    | Відмінно      |
| 94-85                     | Дуже добре    |
| 84-75                     | Добре         |
| 74-65                     | Задовільно    |
| 64-60                     | Достатньо     |
| Менше 60                  | Незадовільно  |
| Не виконані умови допуску | Не допущено   |